

Síntesis del modelo de programación entera-mixta  
utilizado en la subasta de largo plazo del mercado  
eléctrico mayorista mexicano

A summary of the mixed integer-programming model  
used in long-term auctions for Mexico's wholesale  
electricity market

Iván Montenegro Gutiérrez, *Universidad Autónoma Metropolitana - Iztapalapa*

**Resumen**

El objetivo de este artículo es explicar el mecanismo mediante el cual las subastas de largo plazo (SLP) son llevadas a cabo. El modelo del problema de subasta posee un comportamiento lineal (para las ofertas de compra) y un comportamiento discreto (para las ofertas de venta). El algoritmo de programación entera tiene el objetivo de escoger un conjunto de paquetes que satisfagan los requerimientos de los compradores, quienes dan a conocer la cantidad de dinero por la cual estarían dispuestos a pagar por unidad de producto. El conjunto de paquetes seleccionados debe cumplir con una serie de restricciones del problema: considerar las demandas de los compradores, la oferta de los paquetes, condicionamiento entre paquetes y las capacidades físicas de la red eléctrica.

**Abstract**

The aim of this article is to explain the mechanism by which long term auctions (SLP by its Spanish acronym) are carried out. The auction problem model has a linear behavior (for purchase bids) and a discrete behavior (for sale bids). The mixed integer linear programming algorithm aims to choose a set of packages that meet the requirements of the buyers, who disclose the amount of money which they would be willing to pay per unit of product. The set of selected packages must comply with a series of restrictions of the problem: they must consider the buyers' demands, the supply of packages, conditioning amongst packages and the physical capabilities of the electricity grid.

**Palabras clave**— subasta, subasta de largo plazo, mercado eléctrico, programación lineal entera mixta, ramificación y acotamiento

**Keywords**— auction, long term auction, electricity market, mixed integer linear programming, branch-and-bound

## Introducción

La Ley de la Industria Eléctrica (LIE), emitida el 11 de agosto del 2014 por el H. Congreso de la Unión, dio fin al monopolio de la industria eléctrica, permitiendo a la iniciativa privada participar en actividades que eran exclusivas del estado. En la LIE se declaran las actividades de planeación y control del Sistema Eléctrico Nacional (SEN), así como la transmisión y distribución de energía eléctrica como áreas estratégicas exclusivas del estado. El resto de las actividades de la industria eléctrica, como la generación y la comercialización, quedan abiertas a la participación privada.

Se crea la figura de Empresa Productiva del Estado, atribuida a la Comisión Federal de Electricidad (CFE), para competir bajo las reglas de un mercado mayorista de energía a cargo de los órganos estatales reguladores fortalecidos. Entre estos órganos destaca el Centro Nacional del Control de la Energía (CENACE), el cual es un organismo público descentralizado que se encarga de la operación y el control del nuevo mercado eléctrico mayorista. Dentro de este se encuentra el mercado de largo plazo, donde se comercializan contratos de 15 años para la compra y venta de energía.

Este proceso se lleva a cabo como una subasta, donde el CENACE convoca a entidades responsables de carga (compradores), tales como suministradores de servicios básicos (CFE), suministradores de servicios calificados, usuarios calificados participantes del mercado y suministradores de último recurso, a celebrar contratos en forma competitiva con los licitantes (vendedores), dando lugar a la construcción de nuevas plantas generadoras de energía. Caicedo-Beltrán menciona cómo “[l]os mercados de largo plazo permiten que los nuevos proyectos compitan por tener mejor posición en la entrada al sistema de forma coordinada, evitando los ciclos de auge y déficit propios de una entrada de proyectos sin adecuada planificación”.<sup>1</sup>

---

1. Germán Alberto Caicedo Beltrán, «Mecanismos de subastas para la contratación de energía en mercados eléctricos: Aplicación en el mercado colombiano» (Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica de Chile, 2013).

La LIE obliga a las entidades responsables de carga a cumplir con un porcentaje de energías limpias dentro de sus centros de carga. Para esto, las subastas de largo plazo (SLP) tienen la tarea importante de implementar dentro del sistema eléctrico nacional nuevas centrales eléctricas que produzcan energía limpia, las cuales tendrán la capacidad de emitir certificados de energía limpia (CEL). Un CEL es un título que acredita la producción de 1 MWh de energía limpia, la cual puede provenir de tecnologías que se consideren limpias por las disposiciones emitidas en el décimo-sexto artículo transitorio de la Ley de Transición Energética. Existen tres productos que son ofertados en las SLP: los certificados, la energía eléctrica acumulable (EEA) y la potencia. Este tipo de ofertas no aplican a proyectos de energías intermitentes que no son capaces de garantizar potencia continua (como hacen la energía solar o la eólica).

## Subastas combinatorias

Una subasta combinatoria es un tipo de subasta silenciosa, es decir, los participantes no conocen las ofertas de los demás. En esta subasta, los vendedores pueden ofertar elementos discretos, o “paquetes”, en lugar de artículos individuales o cantidades continuas de distintos bienes.<sup>2</sup> Para llevar a cabo una subasta combinatoria, se diseña un modelo de optimización matemática que tiene la función de elegir la combinación de paquetes ganadores.

¿Por qué utilizar este tipo de modelos? En el primer proceso de subasta de largo plazo, llevado a cabo en 2015, un total de 227 paquetes entraron en la subasta. Decidir qué combinación de paquetes es la óptima representa una tarea imposible; elegir (o no) un paquete es una cuestión binaria, la cual implica explorar entre  $2^{227}$  combinaciones posibles. Por lo anterior, la pregunta en este trabajo es ¿cómo funcionan estos modelos matemáticos que son capaces de decidir los paquetes ganadores, de tal forma que se maximice el beneficio de

2. Nils-Henrik Natalia Fabra y David Harbord, *Designing Electricity Auctions*, 2010, <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1756-2171.2006.tb00002.x>.

los participantes?

## El problema de subastas de largo plazo

Dado un conjunto de compradores,  $c_i$ , con  $i \in I = \{1, 2, \dots, m\}$ , y un conjunto de productos requeridos por los compradores,  $p_j$ , donde  $j \in J = \{\text{potencia, energía, CELs}\}$ , se busca satisfacer sus requerimientos mediante la selección de un conjunto de paquetes,  $u_p$ , con  $p \in P = 1, 2, \dots, l$ , los cuales contienen una combinación de los productos deseados por los compradores. Se conocen los precios unitarios ( $c_{ij}$ ) que estarían dispuestos a pagar los consumidores  $i$  por el producto  $j$ , los precios de cada paquete ( $c_p$ ), la cantidad del producto  $j$  en cada paquete  $p(a_{pj})$ , y la demanda del producto  $j$  del comprador  $i(b_{ij})$ . El problema de subasta consiste en elegir qué paquetes  $p$  serán ganadores y qué compradores  $c_i$  serán quienes se lleven los productos de la subasta; varios paquetes no serán elegidos y varios compradores no obtendrán sus productos demandados. La subasta presenta un esquema centralizado, tal como se muestra en la figura 1, donde el CENACE actúa como intermediario. Observe que hay agentes estratégicos en ambos lados: los licitantes y los compradores.

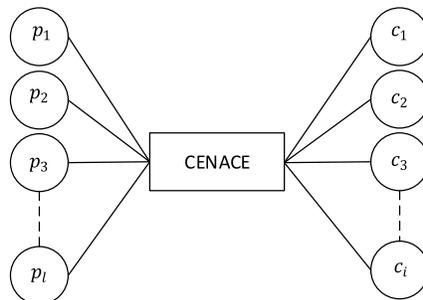


Figura 1: Diagrama bipartita del esquema de subasta de largo plazo

## Función Objetivo

Siguiendo a Cramtom, Shoam y Steinberg, el criterio de selección del modelo de una subasta, para determinar qué paquete es ganador y cuánto adquiere cada comprador, se debe basar en el equilibrio de Walras o Equilibrio Competitivo, en donde los compradores que ofrezcan precios altos por los productos deseados serán quienes, al final, serán acreedores de estos bienes. Aquellos licitantes que ofrezcan paquetes a bajos precios, con una cantidad considerable de los productos demandados, serán seleccionados como ganadores. De esta forma, CENACE compra los paquetes más atractivos y entrega su contenido a las mejores ofertas de compra. En economía, maximizar este excedente o diferencia se le denomina como la maximización del excedente marshalliano.<sup>3</sup> El manual de subastas de largo plazo establece que este excedente “puede interpretarse como el área debajo de la curva resultado de los cruces entre las ofertas de compra y venta”.<sup>4</sup>

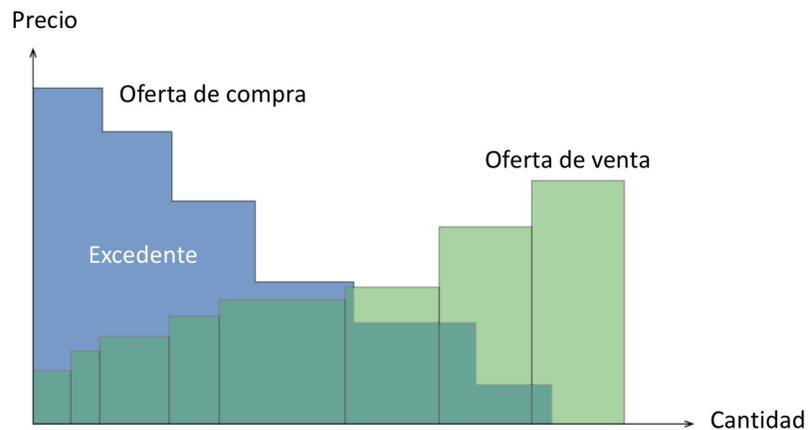


Figura 2: Excedente económico

Fuente: Primera Sesión de Capacitación para la SLP 2017

En resumen, el valor de la función objetivo de la subasta corresponde al excedente obtenido dado por la suma de la compra total de productos multiplicados por su costo unitario, menos la suma de los paquetes seleccionados multiplicados por su respectivo precio.

3. Peter C. Cramton, Yoav Shoham y Richard Steinberg, *Combinatorial auctions* (MIT Press, 2006).

4. <https://www.cenace.gob.mx/Paginas/Publicas/MercadoOperacion/ManualesMercado.aspx>.

Esta expresión se muestra de forma compacta en (1), donde  $x_{ij}$  es la variable que denota la cantidad de productos  $j$  adquiridos por  $i$ , y  $u_p$  es una variable binaria cuyo valor es 1 cuando el paquete  $p$  es seleccionado y 0 cuando no es seleccionado.

$$\text{máx} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} - \sum_{p=1}^l c_p u_p \quad (1)$$

## Restricciones

El modelo de subasta consta de restricciones de suministro, demanda y restricciones lógicas que condicionan la selección de los paquetes. Las restricciones de suministro verifican que, para cada producto  $j$ , la suma total adquirida por los compradores  $i$  sea menor o igual a la suma de los productos  $j$  de los paquetes  $p$  seleccionados. En (2) se muestra esta restricción, donde  $a_{pj}$  es el parámetro que indica la cantidad del producto  $j$  contenida en  $p$ . Las restricciones de demanda no permiten a los compradores  $i$  adquirir cantidad de productos  $j$  mayor a su demanda  $b_{ij}$ , tal como se muestra en (3).

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \leq \sum_{p \in P} a_{pj} u_p \quad \forall j \in J \quad (2)$$

$$x_{ij} \leq b_{ij} \quad \forall i \in I, \quad \forall j \in J \quad (3)$$

Las restricciones lógicas tienen dos tipos de formato: aceptar no más de un paquete  $p$  de los siguientes  $q$  paquetes, o aceptar el paquete  $p$  solo si el paquete  $w$  es aceptado. Los licitantes pueden utilizar el primer tipo de formato para ofertar un mismo proyecto en distintas locaciones, por ejemplo, suponga que un licitante, por razones presupuestales,

sólo tiene capital para desarrollar un único proyecto y tiene 3 posibles localidades (A, B y C). Estas ofertas se agrupan en subconjuntos denominados en el manual como ofertas mutuamente excluyentes. En la figura 3 se presentan verticalmente.

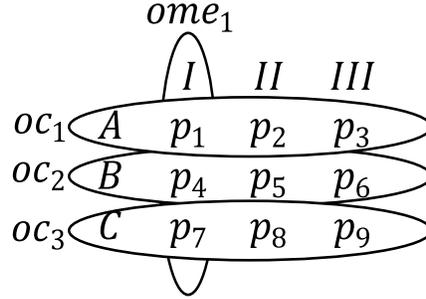


Figura 3: Ofertas condicionadas (Horizontales) y ofertas mutuamente excluyentes (Verticales)

Se declara un conjunto de ofertas de venta mutuamente excluyentes  $ome \in OME$ . Para este ejemplo,  $ome_1 = \{p_1, p_4, p_7\}$ , En (4) se obliga a que un solo paquete del conjunto de las ofertas mutuamente excluyentes quede como seleccionado. El segundo tipo de restricciones lógicas corresponden a las ofertas condicionadas; son los paquetes que están circulados horizontalmente en la figura 3. El propósito de agrupar los 9 paquetes de esta forma es que, al final de la subasta, se escoja el lugar y el tamaño del proyecto, y se desechen los demás paquetes  $p$  con oferta condicionada. Se declara una serie de subconjuntos  $oc_w \in P$  (en este caso, cada subconjunto  $oc_w$  es un subconjunto de 3 paquetes); para este ejemplo se tiene  $oc_1 = \{p_1, p_2, p_3\}$ ,  $oc_2 = \{p_4, p_5, p_6\}$  y  $oc_3 = \{p_7, p_8, p_9\}$ . En (5) se restringe la selección del paquete  $u_{p+1}$ , de tal manera que  $u_{p+1}$  sólo pueda ser seleccionado cuando  $u_p$  tenga el valor de 1, por ejemplo, el paquete  $p_2$  en  $oc_1$  solo puede ser seleccionado a menos que  $p_1$  sea seleccionado.

$$\sum_{p \in ome_q} u_p \leq 1 \quad \forall p \in ome_q \subseteq P \quad (4)$$

$$u_{p+1} \leq u_p \quad \forall p \in oc_w \subseteq P \quad (5)$$

## Solución mediante ramificación y acotamiento

La variable continua  $x_{ij}$  y la variable binaria  $u_p$  convierten al modelo en uno de programación lineal entera-mixta. El algoritmo de ramificación y acotamiento para resolver modelos de programación entera mixta fue propuesto por primera vez por Land & Doig en 1960.<sup>5</sup> Este algoritmo trata de dividir el espacio de soluciones en un árbol de decisiones donde se van eliminando ramas con soluciones infactibles o soluciones no óptimas. El algoritmo inicia realizando una relajación sobre la condición de integralidad<sup>6</sup> de las variables binarias, asumiendo continuidad en las variables. Así, el modelo puede ser resuelto como un simple modelo de programación lineal. Se resuelve el modelo de forma lineal mediante un proceso iterativo, donde el algoritmo más usado para modelos lineales es el método SIMPLEX. El valor de la función objetivo obtenido se convierte en una cota inferior de la función objetivo en la siguiente iteración, y aquellas variables binarias que hayan quedado con una solución no entera se redondean hacia arriba o hacia abajo. Finalmente, el algoritmo halla una solución aproximada del modelo, respetando la condición de integralidad de las variables binarias.

## Modelo original

El modelo original presentado en el manual de subastas de largo plazo (MSLP) consta de 20 restricciones. Con fines de simplificar el modelo original, no se consideran las zonas de potencia  $zp$ , donde cada zona de potencia tiene una demanda (se comparte una misma zona para la energía y los CELs), lo que implica que se enuncia una ecuación de balance como la mostrada en (4) para la comercialización de potencia en cada zona de potencia  $zp$ . Asimismo, este modelo simplificado no considera las fechas de operación comercial de

---

5. A. H. Land y A. G. Doig, «An Automatic Method of Solving Discrete Programming Problems», *Econometrica* 28, número 3 (1960): 497-520, issn: 00129682, 14680262, <http://www.jstor.org/stable/1910129>.

6. E . L . Lawler y D . E . Wood, «Branch-And-Bound Methods : A Survey», *Operations Research* 14, número 4 (1966): 699-719, <https://www.jstor.org/stable/168733>.

los paquetes. En el modelo original, el comprador especifica la fecha para la cual se desea el producto y los licitantes especifican la fecha para la cual estará en funcionamiento el proyecto ofertado. Se realizan balances de forma similar al mostrado en la expresión (4). En el modelo original, los licitantes deben especificar en sus paquetes las zonas de exportación  $z_e$  y la zona de interconexión  $z_i$  del proyecto. Esto se debe a que en cada zona de exportación hay límites de entrega de energía, y en cada zona de interconexión se delimita la cantidad máxima de potencia a inyectar. En resumen, los conceptos que se desprecian en este modelo sólo extienden los balances de productos para distintas zonas y distintas fechas. El modelo presentado en este trabajo rescata los elementos esenciales del modelo original en una forma compacta debido a la notación matemática utilizada.

## Ejemplo de un problema de subasta

En este ejemplo, por ser meramente ilustrativo, no se considerarán las expresiones (4) y (5), correspondientes a las restricciones lógicas, puesto que el ejemplo se concentrará en explicar el comportamiento de las restricciones (2) y (3). En una subasta, 2 compradores realizan ofertas para la adquisición de 3 productos: potencia, energía y CELs. En el cuadro 1 se presentan las demandas y los precios ofertados para cada producto. Se presentan 4 paquetes por parte de los licitantes, en el cuadro 2 se presentan los precios y contenidos de cada uno.

	Demanda Potencia (MW)	Precio Potencia (\$/MW)	Demanda Energía (MWh)	Precio Energía (\$/MWh)	Demanda CELS (CEL)	Precio CEL (\$/CEL)
$c_1$	50	1,300,000.00	150,000	800.00	150,000	350.00
$c_2$	40	1,000,000.00	120,000	600.00	120,000	300.00
	90		270,000		270,000	

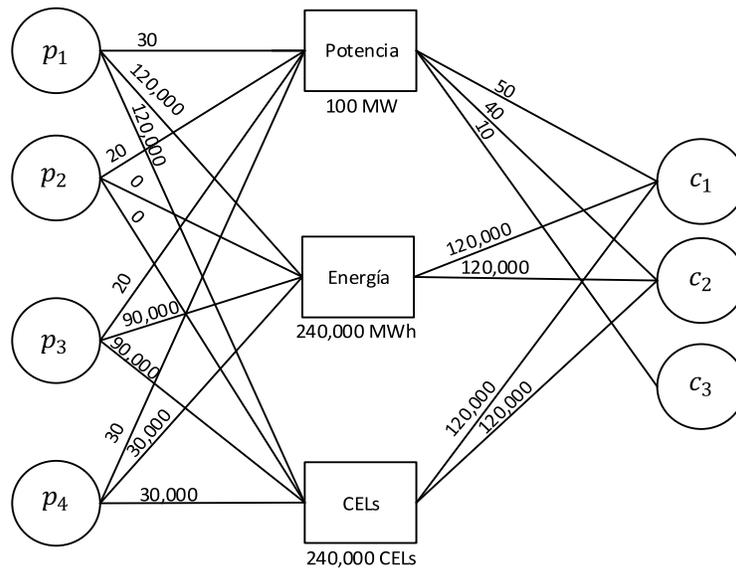
Cuadro 1: Ofertas de compra

Un posible esquema de solución se presenta en la figura 4, donde, arbitrariamente, todos

Potencia (MW)	Energía (MWh)	CELS (CEL)	Precio Paquete (\$)	
$p_1$	30	120,000	120,000	\$120,000,000.00
$p_2$	20	0	0	\$15,000,000.00
$p_3$	20	90,000	90,000	\$60,000,000.00
$p_4$	30	30,000	30,000	\$45,000,000.00
	100	240,000	240,000	\$240,000,000

Cuadro 2: Ofertas de venta

los paquetes son seleccionados como ganadores y se reparten los bienes entre los compradores de forma descendente, es decir, primero se abastece de productos a quienes dieron ofertas de compra más altas. Se añade un tercer comprador ficticio que sirve como sumidero para balancear las entradas y salidas de productos, y dicho comprador recibirá el sobrante de potencia, energía y CELs de los paquetes seleccionados; también, este comprador puede verse como una variable de holgura o *slack variable* en inglés.

Figura 4: Solución factible (Función Objetivo =  $1.11 \times 10^8$ )

Es posible ingresar cantidades de ofertas similares a las de una subasta convencional mediante un lenguaje de programación matemática. Por lo regular, una subasta contiene más de mil variables (en este caso sólo se manejan 10 variables: las 4 variables binarias  $u_p$  de los paquetes y 6 variables continuas  $x_{ij}$  de las ofertas compra). Se resuelve el modelo

mediante GAMS, utilizando el solver MIP del paquete CPLEX incluido, y obtiene un valor de la función objetivo equivalente a 123 millones de pesos. Se observa que el escenario óptimo sólo tiene una diferencia con el esquema de solución propuesto en la figura 4. El paquete 2 no es seleccionado, por lo que ahora  $c_2$  adquiere 30MW en vez de 40MW, es decir, el CENACE tiene menos ventas; pero también invierte menos en adquirir paquetes, dando lugar a un excedente mayor. Cabe recordar que la función objetivo del algoritmo diseñado por el CENACE es maximizar la diferencia entre la compra y venta de productos. Observe que el paquete  $p_2$ , a pesar de tener un coste muy bajo, el algoritmo lo desecha por su pequeña cantidad de productos ofrecidos.

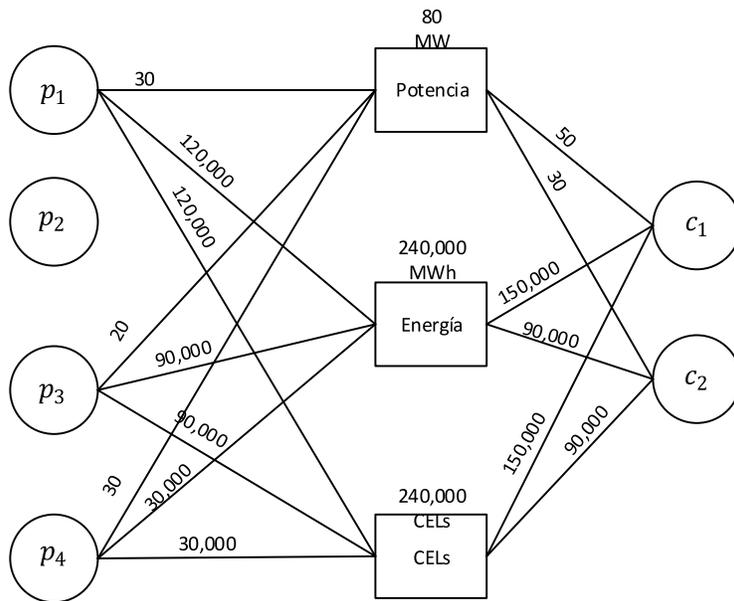


Figura 5: Solución óptima 2 (Función Objetivo =  $3.51 \times 10^8$ )

## Conclusiones

Entender el funcionamiento de este modelo permite al licitante conocer cuáles son las fuerzas motrices o parámetros que afectan, en mayor parte, al modelo en la selección de los paquetes ganadores y, de esta manera, realizar estratégicamente una oferta. Los elementos

clave que dan estructura al modelo son los balances en las ofertas de los productos y las restricciones lógicas sobre los condicionamientos de las ofertas.

El último proceso de subasta de largo plazo (SLP-2018) fue suspendido debido a que el gobierno actual argumenta que el proceso de subasta resultaba desventajoso para el sistema eléctrico nacional. El motivo es que la intermitencia de las nuevas centrales de energías renovables, implementadas por las subastas de largo plazo anteriores, aumentaban los precios en algunos puntos del sistema interconectado. Lo anterior significa que el modelo presentado en el manual de subastas necesita actualizarse para tomar en cuenta las posibles pérdidas económicas en la función objetivo por la intermitencia de las renovables, además de considerar si es conveniente, en este caso, el hecho de llevar a cabo la subasta.

En cuanto a política pública, el 7 de noviembre del presente año, se publicó el proyecto de Acuerdo 13/0004/071019, el cual busca que las centrales eléctricas legadas que generen energía a partir de fuentes limpias y sin importar su antigüedad, como las 60 hidroeléctricas que posee la CFE, sean capaces de emitir CELs. Sobre el proyecto, Víctor Ramírez Cabrera, consultor independiente especializado en temas relativos a energías renovables, dijo: “Ahora privados van a competir con empresas que ya estaban instaladas desde antes lo que provocará un superávit de CEL que su precio se va a caer, se va a ir a cero. Va a haber una sobreoferta.”<sup>7</sup> Este tipo de cambios en materia de política pública son capaces de volver obsoletos los procesos de contratación de energía a largo plazo y, por ende, frenar la inversión privada en infraestructura para generación de energía.

---

7. Ulises Juárez, *Sener quiere meter CEL de centrales legadas al mercado eléctrico*, octubre de 2019, <https://www.energiaadebate.com/energia-limpia/sener-quiere-meter-cel-de-centrales-legadas-al-mercado-electrico/>.

## Referencias

- . <https://www.cenace.gob.mx/Paginas/Publicas/MercadoOperacion/ManualesMercado.aspx>.
- . <https://www.cenace.gob.mx/Paginas/Publicas/MercadoOperacion/SubastasLP.aspx>.
- Caicedo Beltrán, Germán Alberto. «Mecanismos de subastas para la contratación de energía en mercados eléctricos: Aplicación en el mercado colombiano». Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica de Chile, 2013.
- Cramton, Peter C., Yoav Shoham y Richard Steinberg. *Combinatorial auctions*. MIT Press, 2006.
- Juárez, Ulises. *Sener quiere meter CEL de centrales legadas al mercado eléctrico*, octubre de 2019. <https://www.energiaadebate.com/energia-limpia/sener-quiere-meter-cel-de-centrales-legadas-al-mercado-electrico/>.
- Land, A. H., y A. G. Doig. «An Automatic Method of Solving Discrete Programming Problems». *Econometrica* 28, número 3 (1960): 497-520. ISSN: 00129682, 14680262. <http://www.jstor.org/stable/1910129>.
- Lawler, E . L ., y D . E . Wood. «Branch-And-Bound Methods : A Survey». *Operations Research* 14, número 4 (1966): 699-719. <https://www.jstor.org/stable/168733>.
- Natalia Fabra, Nils-Henrik, y David Hardbord. *Designing Electricity Auctions*, 2010. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1756-2171.2006.tb00002.x>.